**Лекция №2.**

**Интегральные уравнения Вольтерра 2-го рода.**

**Интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода** называется уравнение вида

**Сведение задачи Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения к интегральному уравнению Вольтерра 2-го рода.**

Рассмотрим задачу Коши для линейного дифференциального уравнения -го порядка

с непрерывными коэффициентами .

Положим и воспользуемся формулой

которая доказывается методом математической индукции.

Учитывая начальные условия, последовательно можно найти и подставив полученные выражения в уравнение (1) получить интегральное уравнение Вольтерра 2-го рода.

Рассмотрим это на примере дифференциального уравнения 2-го порядка

Положим

Тогда

Следовательно, уравнение (1’) запишем так

или

Полагая

Приведем уравнение (1’) к виду

Замечание. Если , то формулы (3) и (4) имеют вид

**Пример 1**. Составить интегральное уравнение, соответствующее задачи Коши

Положим , тогда, воспользовавшись формулами (3’), (4’), получим

Подставляя выражения для в исходное дифференциальное уравнение, получаем

или

**Пример 2**. Составить интегральное уравнение, соответствующее задачи Коши

Положим , тогда, воспользовавшись формулами (3), (4), получим

Подставляя выражения для в исходное дифференциальное уравнение, получаем

или

**Сведение к задаче Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения**

Мы научились сводить задачу Коши для дифференциального уравнения к интегральному уравнению Вольтерра 2-го рода.

В свою очередь во многих случаях решение интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода может быть сведено к решению некоторой задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

Так, если в исходном интегральном уравнении ядро и свободный член имеют непрерывные производные, то это уравнение может быть продифференцировано один или несколько раз, что и позволит свести его к задаче Коши для некоторого обыкновенного дифференциального уравнения.

Поможет нам в этом формула дифференцирования интеграла по параметру, с которой Вы встретились на втором курсе:

**Пример 3.** Методом дифференцирования решить интегральное уравнение

После первого дифференцирования уравнения (5) получим

После второго:

Складывая (5) и (7), получим дифференциальное уравнение для :

Начальные условия получим из (5) и (6): .

Решением этой задачи Коши является

**Пример 4.1.** Методом дифференцирования решить интегральное уравнение

После первого дифференцирования уравнения (5) получим

После второго:

или

Начальные условия получим из (8) и (9): .

Получили задачу Коши для дифференциального уравнения 2-го порядка. Но можно было бы получить уравнение первого порядка.

**Пример 4.2.** Методом дифференцирования решить интегральное уравнение

После первого дифференцирования уравнения (5) получим

Если умножить уравнение (9) на и вычесть из него (8), то получим уравнение



с начальным условием

Решением является .

Домашнее задание

1. Получить формулы для для сведения задачи Коши

к интегральному уравнению Вольтерра 2-го рода.

1. *Краснов М.Л. : 9,11,14-17*
2. *Краснов М.Л. : 19,20,22,23*